Prof. Dr. Alfred Toth

Qualitative, surreale und semiotische Zahlen

1. Zutreffend hatte Kronthaler bemerkt: "Die Trito-Zahlen stellen also quasi eine Spezifizierung der 1. Zahlklasse dar, eine Auffächerung, wie sie in der A-Mathematik [der quantitativen, bekannteren Mathematik, A.T.], also im Unendlichen vorliegt. Zu jeder endlichen Kardinalzahl gehört nicht mehr genau eine Ordinalzahl, sondern eine ganze endliche Menge (...). Die 1. Zahlklasse bekommt also sozusagen mehr Feinstruktur" (1986, S. 93). Als Beispiel seien hier die 15 Strukturen der Trito-4-Kontextur zusammen mit ihren reflektierten Strukturen aus Toth (2012a) wiedergegeben:

0 | 00 | 0	0 | 00 | 0
0 | 00 | 1	1 | 00 | 0
------------	------------
0 | 01 | 0	0 | 10 | 0
0 | 01 | 1	1 | 10 | 0
0 | 01 | 2	2 | 10 | 0
------------	------------
0 | 10 | 0	0 | 01 | 0
0 | 10 | 1	1 | 01 | 0
0 | 10 | 2	2 | 01 | 0
------------	------------
0 | 11 | 0	0 | 11 | 0
0 | 11 | 1	1 | 11 | 0
0 | 11 | 2	2 | 11 | 0
------------	------------
0 | 12 | 0	0 | 21 | 0
0 | 12 | 1	1 | 21 | 0
0 | 12 | 2	2 | 21 | 0
0 | 12 | 3	3 | 21 | 0

2. Wendet man nun das Trito-Zahlenprinzip, also die Projektion höherer Zahlbereiche auf den 1. Zahlbereich, auf die der Semiotik zugrunde liegenden Peanozahlen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) an, so bekommt man für eine Kategorie $a \in \{M, O, I\}$

$$a \rightarrow \{a^1, a^2, a^3, ..., a^n\}$$

und entsprechend für die dyadischen Subzeichen der Form (a.b) mit $a, b \in \{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$

$$(a.b) \rightarrow \{(a^1.b^1), (a^2.b^2), (a^3.b^3), ..., (a^n.b^n)\}.$$

Da die triadischen Zeichenklassen sich als Konkatenationen aus Paaren von Dyaden konstruieren lassen (vgl. Walther 1979, S. 79), so besitzen wir bereits alle nötigen Abbildungen. Inhaltlich gesprochen entspricht nun also eine semiotische Fundamentalkategorie nicht mehr einer Peanozahl, sondern der Menge aller Peanozahlen, in Sonderheit dann, wenn man die Beschränkung auf triadische semiotische Relationen auflöst (vgl. Toth 2012b). Man geht in diesem Fall also von Folgen und Teilfolgen der allgemeinen Form

$$F = \{1^1, ..., 1^n\}, \{1^2, ..., 1^n\}, \{1^3, ..., 1^n\}, ..., \{1^{n-1}, 1^n\}$$

aus, d.h. man projiziert also die vollständige Induktion in die natürlichen Zahlen selbst hinein.

Damit finden wir aber eine interessante Verbindung zu den von J.H. Conway eingeführten surrealen Zahlen (vgl. Conway/Guy 1996, S. 283 ff.), insofern man nämlich zwei Haupformen der Definition natürlicher Zahlen als surreale Zahlen hat:

$$n = \{(n-1) \mid \ \}$$

$$n = \{(n-1) \mid (n+1)\},$$

denn der Ausdruck $\{ \quad | \quad \}$ steht für eine leere Position, ähnlich also wie man Platzalter für die Leerplätze der kenogrammatischen Leerstrukturen verwendet. Beschränken wir uns nun auf die semiotischen Zahlen $\{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$, dann können wir sie wie folgt definieren

$1 = \{0 \mid \}$

$2 = \{1 \mid \}$

$3 = \{2 \mid \}$,

d.h. wir bekommen

$\{1, 2, 3\} = \{\{0 \mid \}, \{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}\}$,

d.h. wir benötigen bloß die 0 und die Leere, um die semiotischen Zahlen zu definieren, und jede dergestalt surreal definierte natürliche Zahl enthält wiederum die Charakteristik der ganzen Zahlenfolge in sich selbst.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, J.H./R.K. Guy, The Book of Numbers. New York 1996

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Iterative, intermediäre und akkretive Kenozeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Modellierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

5.5.2012